

Araştırma Makalesi

İhale Kuramının Epistemik Oyun Çerçevesinde İncelenmesi

Examining Auction Theory within the Framework of Epistemic Game

İhsan GÜLEZ Doktora Öğrencisi, Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü ihsan.gulez@gmail.com https://orcid.org/0009-0004-0219-8214	Sibel ATAN Prof. Dr., Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi Ekonometri Bölümü sibel.atan@hbv.edu.tr https://orcid.org/0000-0002-4868-753X
--	---

Makale Geliş Tarihi	Makale Kabul Tarihi
30.05.2025	13.06.2025

Öz

Sınırlı kıymetleri tahsis etmek için, rekabet içerisindeki isteklilerden teklif alınarak satış fiyatının belirlendiği mekanizmalar “ihale” olarak adlandırılır. Bu kıymetler; ürün veya hizmetlerden oluşabileceği gibi mülklerden, kereste toplama haklarından, antikalarından, tahvillerden, sanat eserlerinden, petrol çıkarma haklarından, vergi toplama haklarından ve hatta bir imparatorluk tahtından bile oluşabilmektedir. İhale kuramı disiplini genel olarak, ihalelerde teklif veren isteklilerin davranışları ve ihale kurallarının satış fiyatını etkileme şekli çalışılmaktadır. İhale kuramı, William Vickrey’nin (1961) makalesi ile özgün bir alan olarak kabul görmüştür. Vickrey, birinci-fiyat kapalı-zarf ihalelerinde, beklenen kazancın en yüksek olduğu teklifin nasıl hesaplanabileceğini tanıtmıştır. Sonradan “Vickrey’nin Nash dengesi” olarak literatürde yer alacak bu yöntem çeşitli iktisadi deneylere konu olmuştur. Ancak bu deney sonuçlarında tutarlı bir şekilde, denge üstü tekliflerin verildiği (overbidding) rapor edilmiştir. Literatürde bu anomalinin açıklanmasında, riskten kaçınma (risk aversion) veya pişmanlık öngörüsü (anticipated regret) gibi farklı yaklaşımlar sunulmuştur. Makalemizin konusu, oyun kuramının modern alt dalı olan epistemik oyun kuramı yaklaşımları ile bu anomalinin açıklanmasıdır. Bu çalışmada, kişilerin ihale oyununda teklif verirken, Vickrey’nin Nash dengesine uygun değil, epistemik oyun kuramsal bir yöntem olan faydayla orantılı inançlar yöntemine uygun teklif verdiği ortaya konulmaktadır.

Anahtar Kelimeler: İhale kuramı, epistemik oyun kuramı, faydayla orantılı inançlar yöntemi, Vickrey’nin Nash dengesi, deneysel iktisat

Abstract

The allocation of limited assets by accepting bids from competing bidders to determine the sales price mechanism is called “auction”. These assets may consist not only of goods and services but also of real estate, timber rights, antiques, bonds, artworks, oil extraction rights, tax collection rights and even an imperial throne. The main subject that is studied in the field of auction theory is the investigation of bidder behavior and how the auction rules affect the bids. Auction theory is considered a unique field with William Vickrey’s contributions in his paper published in (1961). Vickrey introduced how to calculate the bid, which has the highest expected profit for bidders in first-price sealed-bid auctions. This method, which would later become known as “Vickrey’s Nash equilibrium”, has been the subject of various economic experiments. It is frequently reported in literature that people bid above this equilibrium (overbidding). Researchers tried to explain this anomaly with different approaches like “risk aversion” or “anticipated regret”. The subject of this paper is to explain this anomaly with the modern subfield of game theory called “epistemic game theory”. In this paper we showed that when people bid in an auction game, they don’t bid according to Vickrey’s Nash equilibrium, their bidding

Önerilen Atıf /Suggested Citation

Güleç, İ. & Atan, S., 2025, İhale Kuramının Epistemik Oyun Çerçevesinde İncelenmesi, Üçüncü Sektör Sosyal Ekonomi Dergisi, 60(2), 2051-2069.

behavior is more consistent with utility proportional beliefs method which is a solution concept developed by epistemic game theorists.

Keywords: *Auction theory, epistemic game theory, utility proportional beliefs method, Vickrey's Nash equilibrium, experimental economics*

1. Giriş

Karar bilimlerinde araştırmacılar, çeşitli alternatif arasından seçim yapma problemlerini incelemektedir. Bu problemler çeşitli şekillerde karşımıza çıkabilir. Öyle ki; çeşitli kriterlere uygun bir şekilde farklı alternatifler arasından seçim yapma problemi “çok kriterli karar verme” başlığı altında çalışılmaktadır. Benzer şekilde farklı kriterlere uygun bir şekilde farklı değişkenlerin bir amacı en iyi şekilde sağlaması şeklinde belirlenmesi “optimizasyon” alanında çalışılmaktadır. Eğer karar probleminin içerisinde “sıra” özelliği varsa “kuyruk teorisi” kullanılır. Bir işletmenin envanteri ile ilgili alacağı sipariş zamanı, miktarı vb. kararlarda “envanter teorisi” kullanılır.

İnsanlık tarihinin başlangıcından beri hayatın içinde olmasına rağmen 20. yüzyılın başlarında “oyun kuramı” adı altında ayrı bir disiplin ortaya çıkmıştır. Karşılıklı etkileşimi içeren durumları ve kararları tanımlayan oyun kuramında yer alan “oyun” kavramı, birbirlerinin kararlarından etkilenerek karar veren birey veya kurumların olduğu bir sistemdir. Oyunlar, rakibin mantığı gibi belirsiz bir değişkene bağlı olma durumu ile farklı bir yapıya sahiptir. Ancak bu yapı, etkileşimli olmayan oyunlarla (tombala, rulet, piyango vb.) karıştırılmamalıdır. Bu ayrımı vurgulamak için Robert J. Aumann (1987)’de, “oyun kuramı” adı altında çalışılan konuların “etkileşimli karar kuramı” olarak ifade edilmesinin daha açıklayıcı olacağını belirtmiştir.

Oyun kuramının başlangıcı, genel olarak John von Neumann (1928)’de minimax teoremini kanıtlaması olarak gösterilmektedir. Sonrasında von Neumann’ın öğrencisi olan John Nash’in (1950)’de ortaya attığı denge kavramı, oyun kuramının köşe taşı olmuş ve uzun süre farklı şekillerde çalışılmıştır. Bu kavramlardaki gibi klasik yaklaşımlar, oyun kuramında her ne kadar popüler olsa da “rakip mantığı” konusunda eksiklere sahiptir. Oysaki, oyunların en önemli özelliği rakip mantığına bağlı olmaktır. Bu eksikliğin önemini oyun kuramcıları gittikçe daha da vurgulamaya başlamış ve üzerinde çalışmıştır. “Rakip mantığı”, “inanç”, “ortak inanç”, “rasyonel seçim”, “takdir edilebilir seçim” kavramlarına ve bu kavramların kullanıldığı çözüm yöntemlerine odaklanılmıştır. Bu şekilde oyun kuramının temelleri, olmazsa olmazları sorgulanmıştır. Kullanılan bu yaklaşım felsefi bir yaklaşımdır. Bilim dallarının doğru bir şekilde ilerleme kaydedebilmesi için kullanılan “epistemoloji” ifadesi, bu sorgulamaların bulunduğu akademik çalışmalarda sıkça kullanılmaktadır. Oyun kuramı disiplini modern zamanlarda epistemolojik yaklaşımlarla incelenmeye başlamıştır.

Epistemoloji, felsefenin bir alt dalıdır ve bilginin bilimi olarak da bilinir. Bildiğimiz şeyleri nasıl biliyoruz, neye ne zaman bilgi diyoruz, neye inanç diyoruz vb. sorgulamalar epistemolojide çalışılır. Oyun kuramına uygulanan epistemolojik yaklaşımların çoğalmasında bir noktadan sonra bu çalışmaların “epistemik oyun kuramı” adı altında ayrı bir başlıkta toplanmasını sağlamıştır.

Klasik oyun kuramındaki yöntemler (minimax yöntemi, Nash dengesi, domine edilen stratejilerin elenmesi vb.) epistemik oyun kuramcılarının yoğun eleştirilerine maruz kalmıştır. Klasik yöntemlerin sezgisel olmayan sonuçlara ulaştırdığının net bir şekilde görülebileceği oyunlar tanıtılmıştır. Yaptıkları deneysel çalışmalarda da gerçek hayat oyuncularının klasik yöntemlerin söylediğinden uzak kararları verdikleri gösterilmiştir. Geliştirdikleri epistemik çözüm yöntemleri ile hem daha sezgisel hem de gerçek hayat oyuncularının mantığına daha yakın kararların verilebileceği gösterilmiştir. Bu yöntemlerden bir tanesi de bu makalede kullanılan Perea ve Bach’ın (2014)’de tanıttığı “faydayla orantılı inançlar” yöntemidir. Yöntemin işlem yükü ağır olmasına rağmen sade bir ana fikre sahiptir: oyuncular daha yüksek faydalarının olduğu seçenekleri daha yüksek olasılıklarla seçer ve rakiplerinin de bu şekilde seçim yaptığını inanır, rakiplerinin de rakiplerinin bu şekilde seçim yaptığını inandığını inanır... ve benzeri şekilde ilerleyen sonsuz bir inanç hiyerarşisine (ortak inanç) sahiptir.

Günümüzde oyun kuramı, ilk çalışmaların yapıldığı dönemlerden daha farklı bir konuma evrilmiştir. Ancak ilk yıllardaki oyun kuramsal içerikler ile geliştirilen “ihale kuramı”, oyun kuramındaki epistemik yaklaşımları henüz içermemektedir. Daha önce belirtildiği gibi, oyun kuramının köşe taşı olarak Nash’in (1950) çalışması gösterilmekte ve ihale kuramının doğuşunu sağlayan çalışma olarak da Vickrey’nin 11 yıl sonrasında (1961)’de yayınladığı makale gösterilmektedir. Bu çalışmada, Vickrey (1961), ihale oyununda Nash dengesini kullanmayı göstermiş ve benzer şekilde ihale kuramında halen çalışılan en popüler konuları (gelir-denklığı teoremi, izomorfizm vb.) tanıtmıştır.

İhaleler birer oyundur. İhalelerde belli kıymetlerin tahsis edilmesi için isteklilerden rekabet içerisinde teklif alınarak satış fiyatı belirlenmektedir. İhalelerdeki amaç, ihaleyi yapan organizasyonun en uygun satış fiyatını ortaya çıkararak faydasını mümkün en yüksek yapmasını sağlamaktır. İsteklilerin (oyuncuların) teklifleri (seçenekleri), rakiplerinkinden etkilenmektedir. Etkileşimli karar durumu olduğu için ihaleler “oyun” kategorisine girmektedir. Günlük hayatta kıymetler, ihale yoluyla sıkça el değiştirmektedir. Dünyada devletler ihale kuramcılarının sürekli danışmanlık hizmet almaktadır. İhale kuramı ilk yıllarından uygulamada derhal kullanılmamıştır. Uygulamada ihale kuramından yararlanan ilk büyük ihale olarak ABD tarafından 1994’de gerçekleştirilen telekom ihalesi gösterilmektedir. Bu tarihten sonra tüm dünya devletleri ihale kuramcılarının büyük ihaleleri tasarlamak için görevlendirmiştir. Türkiye’de ilk yıllarda bu konu pek ciddiyete alınmamış ve devletin gerçekleştirdiği Telekom lisansı satış ihalesi sonucunda bir firma (ARİA) sektörü daraltarak tek firma olmuştur. Bu hatalı ihale tasarımı literatürde “fiyasko” olarak ifade edilmektedir (Binmore ve Klemperer, 2002).

İhaleler insan hayatında önemli bir yere sahiptir. Doğru tasarlandığında, kamu kaynaklarının tasarruflu kullanılmasını, adil rekabet oluşmasını sağlar. Kıymetlerin tahsis edilmesi problemlerinde çözüm olarak kullanılır. İhaleler sadece ürün ve hizmetlerin satılması ya da satın alınması değil çok farklı alanlarda da karşımıza çıkmaktadır. Örneğin ABD’ye iltica eden mültecilerin topluma adapte olması, iş, ev, eğitim vb. ihtiyaçlarının sorumluluğu çeşitli sivil toplum kuruluşlarına devlet tarafından dağıtılırken ihale yöntemi kullanılmıştır. Söz konusu kuruluşlar “x kadar mültecinin sorumluluğunu y kadar ücret karşılığı alırım” diyerek tekliflerini oluşturmaktadır.

İhale uygulamaları bu denli yaygınken, ihale ile ilgili konuların çalışıldığı “ihale kuramı” sadece son 30 yılda uygulamada kullanılmaktadır. Yukarıda bahsettiğimiz gibi oyun kuramsal içerikler ile oluşturulan ihale kuramına, oyun kuramında kullanılan modern (epistemolojik) gelişmeler henüz yansımamıştır. Makalemizin amacı epistemik oyun kuramsal bir yöntem olan faydayla orantılı inançlar yöntemini ihale oyununda kullanmaktır.

Klasik oyun kuramında teori ve uygulamanın çeliştiği durumlara rastlanmaktadır ve epistemik oyun kuramsal yöntemler ile bu çelişkiler giderilmektedir. Benzer şekilde, klasik oyun kuramsal içerikler ile geliştirilen ihale kuramında da teori ve uygulamanın çeliştiği durumlara rastlanmaktadır.

Literatürde, birinci-fiyat kapalı-zarf ihaleleri için yapılan deneysel çalışmalarda deneklerin Vickrey’nin Nash dengesinden yüksek teklif vermesi (overbidding) çeşitli çalışmalarda sıkça rapor edilmektedir (Kagel ve Roth, 2015). Makalemizde iki istekli bulunan birinci-fiyat kapalı-zarf ihalelerinin faydayla orantılı inançlar (FOİ) yöntemi ile analiz edilmesi için bir yol geliştirilmiştir. Sonuç olarak bu yöntem ile hesaplanan tekliflerin ortalamasının Vickrey’nin Nash dengesinden yüksek olduğu bulunmuştur. Bu şekilde denge üstü teklif verilmesi (overbidding) çelişisini açıklamak için bir yol sunulmuştur.

İkinci bölümde “ihale kuramı” disiplini ayrıntılı olarak anlatılmış; ihale kuramının tanımı, tarihi, önemli isimleri, oyun kuramı ile ilişkisi, Vickrey’nin Nash dengesi modeli, deneysel ihale kuramı ve temel konulara değinilmiştir. Üçüncü bölümde faydayla orantılı inançlar (FOİ) yöntemi anlatılırken epistemik oyun kuramına da yer verilmiştir. Dördüncü bölümde FOİ yönteminin ihale oyununda kullanılması için bir yol tanıtılmıştır. Beşinci bölümde ise Vickrey’nin Nash dengesi ve FOİ yönteminin karşılaştırmalı analizi yapılmıştır.

2. İhale Kuramı

İngilizcede ihale anlamına gelen “auction” kelimesi Latince “artırmak” anlamına gelen “augere” kelimesinden türemiştir. Cassady (1967)’de ihale kavramı için “sınırlı miktarda mal ya da mülkleri satın almak isteyenleri, rekabet içine sokarak satış fiyatının belirlendiği tahsis etme sistemidir” tanımını yapmıştır. Ayrıca Krishna (2002)’de, isteklilerden rekabet içerisinde teklif alınarak gerçekleştirilen satın alma işleminin de “ihale” kapsamına girdiğini belirtmiştir.

Türkçede “ihale” ile benzer anlamda kullanılan “mezat” ya da “müzayede” kavramlarına rastlamak da mümkündür. Bu kavramlar genelde satış işlemi için kullanılırken “ihale” kavramı hem satış hem de satın alma işlemleri için kullanılmaktadır.

Yazılı tarihin başından beri çeşitli kaynaklarda ihale yönteminin kullanıldığı görülmektedir. 2500 yıl önce Herodot’un “Tarih” isimli kitabında Babillerin ihale yöntemini kullanarak evlendikleri anlatılmıştır. 193 yılında Roma imparatoruna suikast yapan muhafızlar, bütün imparatorluğu soylular arasında ihale yaparak kendilerine en yüksek teklif verene satmıştır (Gibbon, 1776). Osmanlı İmparatorluğunda 16. yüzyılda uygulanmaya başlanan iltizam adı verilen sistem ile belli bölgelerin vergi toplama hakları ihale yöntemi ile en yüksek teklif verene satılmıştır (Altay, 2018). İsveç’te günümüzde de faaliyet gösteren dünyanın en eski ihale

merkezi olan Stockholms Auktionsverk 1674 yılında kurulmuştur. Londra’da 1744’te kurulan Sotheby’s ve 1766 yılında kurulan Christie’s firmaları ise dünyanın halen en büyük sanat eseri ve antika ihalelerinin yapıldığı kuruluştur.

İhtişamlı tarihi bir yana, günümüzde ihaleler geçmişte olmadığı kadar önemli bir yere sahiptir. Türkiye’de ihaleler ile 2024 yılında 2,2 trilyon TL değerinde kamuda satın alma yapılmıştır (Kamu İhale Kurumu, 2025). Kıymetlerin tahsis edilmesinde ihale yöntemine bu kadar sık başvurulması, ihale araştırmalarının da önemini artırmaktadır.

Temelde ihale kuramı, ihale araştırmalarının gerçekleştirildiği çalışmaları kapsamaktadır. Hangi ihalelerde hangi ihale formatı nasıl kullanılmalı, istekliler nasıl teklif stratejisi oluşturmali, kazanan istekli hangi teklif üzerinden ihaleyi almalı gibi sorulara cevap arar. İhale kuramında isteklilerin risk tutumu, ihale konusu kalem hakkındaki bilgileri ve değerleri, sinyalleşme, gizli anlaşma, kazananın laneti ve benzeri kavramlara çalışılmaktadır.

İhalelerdeki isteklilerin genel olarak farklı amaçları olmasına ve farklı stratejiler kullanmalarına rağmen bir isteklinin davranışı diğer istekliler hesaba katılmadan anlaşılamaz. Bu sebepten dolayı ihale kavramı, oyun kuramındaki “oyun” kavramına uymaktadır. Oyun kuramındaki ilerlemelerin katkı sağladığı en faydalı alanlardan bir tanesi de ihale araştırmalarıdır (Li ve Riley, 2007).

2.1. İhale Kuramında Çalışılan Temel İhale Formatları

İhale yapmanın bu kadar çeşitli formatlarının bulunması, bu formatların ihale sonucunda ortaya çıkan fiyatlar üzerinde etkisi olduğunu düşünmemize yol açmaktadır (Coppinger vd., 1980). İhale kuramında çalışılan 4 temel ihale formatı aşağıda verilmiştir.

- (1) İngiliz ihalesi (açık artırma): İhalecinin düşük bir fiyat ile ihaleyi başlattığı ve yavaş yavaş yükselterek en son bir istekli kalana kadar devam ettiği ihale formatıdır.
- (2) Hollanda ihalesi: İhalecinin yüksek bir fiyat ile ihaleyi başlattığı ve yavaş yavaş düşürerek ilk teklif veren istekliye ihaleyi verdiği ihale formatıdır. Hollanda’da her gün taze çiçekler bu yöntem ile satılmaktadır.
- (3) Birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi: İsteklilerin tekliflerini kapalı zarf ile ihaleciye ilettiği ve tekliflerin aynı anda açılarak en uygun teklif veren istekliye ihalenin verildiği ihale formatıdır. Makalemizin ileriki bölümlerinde bu ihale formatı ayrıntılı olarak incelenmektedir.
- (4) İkinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi (Vickrey ihalesi): Birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesinden farklı olarak en uygun teklif veren isteklinin ihaleyi kazandığı ancak en uygun 2. sırada bulunan teklif üzerinden ihaleyi aldığı formattır. Vickrey ihalesi olarak da bilinen bu ihale formatı ile amaç isteklilerin ihale konusu kaleme verdikleri “değeri” (v) teklif etmelerini sağlamaktır.

2.2. İhale Kuramının Tarihi

Oyun kuramının sıfır-toplamli oyunlardan öteye geçemediği zamanlarda ihale kuramı ile ilgili analizlere henüz başlanamamıştır. Ancak Nash’in (1950)’deki çalışmasında tanıttığı “Nash dengesi” ile oyun kuramı disiplini bir sonraki aşamaya taşınmış ve böylece ihale kuramının da önü açılmıştır.

Vickrey (1961)’de Nash’in çalışmalarını genişletmiş ve ihalelerde her isteklinin özel bilgileri olmasını kullanarak ihale kuramının öncü çalışması olarak kabul edilen çalışmayı yayımlamıştır. Gelir denkliği teoremi konusu ile literatürde yer alan bu çalışmada risk yansız (ne risk alan ne de riskten kaçınan) isteklilerin bulunduğu bir ihalede İngiliz, Hollanda, birinci- ve ikinci-fiyat ihalelerinde ihalecinin aynı kazancı elde ettiği kanıtlanmıştır. Ayrıca bu çalışmaya göre risk yansız istekli varsayımı olmadığı durumlarda bile İngiliz ihalesi ile ikinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi stratejik olarak eşittir. Benzer şekilde Hollanda ihalesi ile birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi de stratejik olarak eşittir (Kagel ve Levin, 1993). Vickrey, araştırmalarının çoğunda farklı formattaki ihalelerin özellikleri ile ilgilenmekte ve ekonomik verimliliğin sağlanabilmesi için ihalelerin en iyi nasıl tasarlanabileceği konularına değinmektedir (The Royal Swedish Academy of Sciences, 1996).

Vickrey’in katkılarının sonra ihale kuramı alanındaki çalışmaların sayısı hızla artmıştır. Stark ve Rothkopf (1979)’da ihale kuramı literatüründeki çalışmaların derlendiği 482 adet akademik çalışmanın başlıklarının bulunduğu listeyi içeren bir kaynakça hazırlamıştır. Ancak yapılan akademik çalışma sayısı her ne kadar artmış olsa da araştırmacılar tarafından yeterli görülmemiştir.

Oscar Morgenstern bir iktisat kitabının (Amihud, 1976) önsözünde, ekonomiyi ilgilendiren konular arasında “ihale” konusu haricinde diğer tüm konuların itinalı bir şekilde incelenmiş olduğuna değinmiş ve aşağıdaki şekilde devam etmiştir;

“Bu ihmal şaşırtıcıdır çünkü ürün ve hizmetlerin çok büyük bir kısmı ihale ile dağıtılmaktadır... Amerika’da her hafta bir milyar doları aşan devlet bonoları ihale ile satılmaktadır. Petrol çıkarma hakları, demiryolu yapım işi sözleşmeleri, askeri sözleşmeler, et, tütün, sebze vb. ... Mikro-ekonomi teorisi konulu hiçbir kitap bu önemli alışveriş şekline bahsetmemektedir bile!”

İhale kuramındaki araştırmalar uygulamada kullanılacak düzeye ulaştığında bu konuda edinilen bilgilerin faydaları göz ardı edilemeyecek şekilde ortaya çıkmış ve bu sebepten dolayı araştırmalar daha da yoğunlaşmıştır.

İhale kuramının uygulamada kullanıldığı çağın başlangıcı olarak, 1994 yılında Amerika’da gerçekleştirilen cep telefonu haberleşmesi için yapılan “spektrum satış ihaleleri” kabul edilmektedir. Bu ihalenin başarılı sonuçları sonrasında dünyanın dört bir yanında çeşitli ihaleler için devlet tarafından ihale kuramcılarının yardım alınmıştır. 1994-96 arası Amerika’da yapılan spektrum ihaleleri 20 milyar dolar değerine ulaşmıştır (Cramton, 2002). 2001 yılına kadar (ilk büyük modern ihalelerin başlangıcından sadece 7 yıl sonra) ihale kuramcılarının tasarladığı ihaleler dünyada 100 milyar dolar değerine ulaşmıştır (Milgrom, 2004).

Vickrey, bu alana katkılarından ötürü 1996 Nobel iktisat ödülünü kazanmıştır ve benzer şekilde 2002, 2007, 2012 ve 2020 Nobel iktisat ödülleri ihale kuramcılarına verilmiştir.

2.3. Deneyisel İhale Kuramı

Deneyisel yöntemlerin iktisadi konular için uygulanması disiplini “deneyisel iktisat” ile adlandırılır. Genel olarak bu deneylerden elde edilen veriler ile iktisadi teoriler test edilmektedir. Laboratuvar ortamında piyasa koşulları ya da diğer iktisadi etkileşim durumları en sade şekliyle yaratılarak insan davranışları incelemektedir. Bu deneyler içerisinde ihale konulu olanlar “deneyisel ihale kuramı” (experimental auction theory) başlığı altında toplanmıştır.

Geçmişte iktisatçıların çoğu iktisat alanını deney yapılamayacak bir bilim dalı olarak görmüştür. İktisadi konuların karmaşık olması, birçok farklı etkiye maruz kalıyor olması ve bu etkileri kontrollü olarak ayırt edebilecek deneylerin yapılamayacağı görüşü yaygın olmuştur. Ancak 20. yüzyılın başlarında bu görüş değişmeye başlamış ve iktisadi konularda deneyisel yöntemlerin mümkün olduğunca çevresel faktörleri sabit tutarak belirli nedensel ilişkileri bulmamıza olanak sağladığı görüşü daha baskın bir hale gelmeye başlamıştır (Erkuş ve Demirtaş, 2023).

Deneyisel iktisat alanında ilklerden olan Chamberlin (1948)’deki çalışmasında piyasalarda bulunan tam rekabet konusunda öğrencileri ile gerçekleştirdiği deneylere yer vermiş ve deney sonuçlarında tam rekabet sağlanan piyasalar için kullanılan teorik modellerin hatalı olduğunu rapor etmiştir.

Chamberlin’in öğrencisi Vernon Smith deneyisel yöntemlerin ihale kuramı alanında kullanıldığı ilk çalışmalara 60’lı yıllarda başlamış ve modern zamanlarda bile bu alanın öncüsü olarak kabul görmüştür.

İhale kuramında yapılan deneyisel çalışmalar ile araştırmacılar; deneklerin değerlerini ve diğer özelliklerini (risk tutumu, istekli sayısı, bilgi vb.) kontrol edebilmektedir (Wilson, 1992). Araştırmacılar deneklerin verdikleri teklifleri teori ile karşılaştırmaları sonucunda modellerinin tahmin gücünü test edebilmektedir.

2.4. Vickrey’nin Nash Dengesi ve Deneyisel Çalışmalar

İhale Kuramı disiplinin doğuşunu sağlayan bilimsel yayın olarak Vickrey’nin (1961) makalesi gösterilmektedir. Bu makalede; birinci-fiyat kapalı-zarf ihalelerinde isteklilerin değerlerinin¹ (v_i) eşit olasılıklarla (0, 1) arasından, birbirinden bağımsız, rasgele geldiği varsayımı altında, N istekli sayısını göstermek üzere, Nash dengesi² teklifinin bulunabilmesi için Eşitlik (1) tanımlanmıştır:

¹ İhalelerde “değer” (v) kavramı, isteklilerin ihale konusu kaleme bittikleri değer olarak tanımlanmaktadır. Örneğin ikinci el araba ihalesinde “değer”, isteklilerin ihaleyi kazandıktan sonra başka bir yerde arabayı satabilecekleri tutar olarak düşünülebilir. İhale kuramında “özel değer” olarak adlandırılan ihalelerde istekliler sadece kendi değerlerini bilmekte, diğer isteklilerin değerlerini bilmemektedir.

² Oyunlarda Nash dengesi; oyuncuların öyle bir seçim kombinasyonudur ki, oyuncular bu seçimleri yaptıklarında içinde bulundukları denge durumundan tek taraflı olarak ayrılarak başka bir seçenek seçtiğinde, faydaları artamayacak bir durum oluşmalıdır.

$$c_i = \frac{N - 1}{N} v_i \quad (1)$$

İstekliler kâr yapabilmek amacıyla değerlerinden düşük teklif verirler. Ancak çok düşük olduğunda ihaleyi kaybetme olasılıkları artacak ve bu durumda kazançları sıfır olacaktır. Diğer taraftan, değerlerine çok yakın (yüksek) teklif verdiklerinde ise ihaleyi kazanma olasılıkları artacak ancak düşük bir miktar kârları olacaktır. İsteklilerin beklenen kârlarını mümkün düzeyde en yüksek yapacak teklifi tanımlayan formül Eşitlik (1)'de verilmiştir. Menezes ve Monteiro'nun (2005) kitabında formüle ulaşmanın ayrıntılı açıklaması yer almaktadır. Bu formül, literatürde Vickrey'nin Nash dengesi olarak yer almaktadır. İhale kuramı teorisinin sınıadığı deneysel çalışmalarda kullanılan en popüler teklif belirleme yöntemidir.

Deneysel ihale kuramı hakkındaki literatür araştırıldığında birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi deneylerinde verilen tekliflerin teori ile çeliştiği rapor edilen çalışmalara rastlanmaktadır (Coppinger v.d., 1980; Cox v.d., 1982, 1988; Kagel v.d., 1986; Kagel ve Levin, 1993; Harrison 1989; Filiz-Özbay ve Özbay, 2007; Kagel ve Roth, 2015). İhale deneylerinde Vickrey'nin Nash dengesinden yüksek teklif veren (overbidding) deneklerin rapor edilmesi, deneysel ihale kuramında sürekli bulunan sonuçlardan birisidir (Filiz-Özbay ve Özbay, 2007). Bulunan sonuçlar, ihalelerde isteklilerin davranışlarını açıklamak için Nash dengesinin kullanılması konusunda soru işaretleri oluşturmaktadır (Kagel ve Levin, 1993).

Bu çalışmanın temel konusu, ihale oyununda Vickrey'nin Nash dengesi yerine faydayla orantılı inançlar (FOİ) yöntemini kullanmaktır. Böylece, literatürdeki denge üstü teklif verilmesi (overbidding) çelişkisinin sebebini açıklamak için bir yol sunulmuş olacaktır.

3. Faydayla Orantılı İnançlar (FOİ) Yöntemi

Bu bölümde, epistemik oyun kuramcıları olan Perea ve Bach'ın (2014)'de yayınladığı "Utility Proportional Beliefs" başlıklı makale ile ilk defa tanıtılan faydayla orantılı inançlar yöntemi yer almaktadır. Yöntem hakkında daha ayrıntılı bilgilere ve örneklere ulaşmak isteyen okuyucular (Güleç, 2019) çalışmasını inceleyebilir.

3.1. Klasik Oyun Kuramı

İhalelerde olduğu gibi, birbirlerinin kararlarından etkilenecek karar veren insanların bulunduğu durumları içeren oyun kuramı, etkileşimli karar yapılarını içerir. Oyun kuramı, ayrı bir disiplin olarak kabul görmeye John von Neumann'ın (1928)'de minimax³ teoremini kanıtlamasıyla başlamıştır. Daha sonra, oyun kuramı ile iktisat arasındaki bağlantıları içeren, Oskar Morgenstern ile yayınladığı "Theory of Games and Economic Behaviour" (1944) kitabında oyun kavramı detaylı olarak formalize edilmiştir. Bu kitap modern zamanlarda bile araştırmacıların en çok yararlandığı kaynaktır. 2004 yılında 60. yıl baskısı yayınlanmıştır.

von Neumann'ın öğrencisi olan Nash'in (1950) çalışmasında tanıttığı Nash dengesi ise tartışmasız olarak oyun kuramında en çok kullanılmış çözüm yöntemidir (Pacuit ve Roy, 2015). Nash'den sonra oyun kuramı araştırmaları hız kazanmış ve disiplinler arası sıkça kullanılan bir alan haline gelmiştir.

Klasik oyun kuramı farklı disiplinler içerisinde her ne kadar popüler olsa da modern zamanlarda bazı eleştirilere maruz kalmıştır. Oyunlardaki klasik çözüm yöntemlerinin rakip mantığını yeteri kadar dikkate almaması bu eleştirilerin başında gelmektedir (Perea, 2021). Çünkü oyunlarda rakip mantığına bağlı olma durumu vardır ve böyle bir ortamda rakip mantığının dikkate alındığı çözüm yöntemleri kullanılması gerekmektedir. Ancak klasik oyun kuramında kullanılan minimax yöntemi, Nash dengesi ve domine edilen stratejilerin elenmesi gibi yöntemler bu konuda eksiklere sahiptir.

Minimax yönteminde rakibin mantığı dikkate alınmaz, oyuncu için yapacağı en kötü seçim durumuna göre rasyonel seçim yapılır (Brandenburger, 2010). Benzer şekilde Nash dengesinde rakibin de Nash dengesi stratejisini oynayacağı inancı vardır ve rakibin başka seçimleri hesaba katılmamıştır. Bu varsayımın çok cüretkâr olduğu söylenebilir (Brandenburger, 2014). Ayrıca Nash dengesi ile yapılan karma seçimler için de literatürde eleştiriler bulunmaktadır. Rakibin Nash dengesi seçimini yapacağına dair inancı olan bir oyuncu, beklenen faydasını en yüksek yapacak (rasyonel seçeneği) seçmesi gerekmektedir. Ancak Nash dengesi, olasılıklı (örneğin zar atarak) seçim yapılması gerektiğini söylemektedir.

³ Minimax yöntemi, bir oyunda rakibin tüm seçeneklerini seçtiği durumlar göz önüne alınarak, oyuncunun bu seçenekler seçtiğinde en düşük faydalarının incelendiği ve bunlar arasından en yüksek olanın bulunduğu seçeneğin seçildiği yöntemidir. Başka bir deyişle, minimax yöntemi ile oyuncu oyundaki en kötü durumda en yüksek faydayı elde eder.

Her ne kadar klasik oyun kuramı önderleri, “rakibin mantığı hakkında mantık yürütme” konusunda eksik olsalar da bunun farkında oldukları ve üzerine gidilmesi gerektiğine dair önerileri olduğu bilinmektedir. Frechet (1953)’de “*rakip kararlarına ilişkin tahminlerin de hesaba katıldığı daha farklı teoremler düşünülebilir*” ifadesine yer vermiştir. von Neumann ve Morgenstern ise (1944)’de “*bulduğumuz sonuçlar rakibin rasyonel davranışına dayalı değildir*” ifadesi ile rakip mantığını dikkate almayarak çözüm yöntemi geliştirdiklerinin farkında olduklarını belirtmiştir. Daha öncesinde ise Morgenstern (1935)’de oyun kuramında mantığın ve inançların nasıl kullanılabileceği konusunda “*çözüm, felsefenin mantık disiplindedir*” ifadesi ile oyun kuramını felsefe alanına yöneltmiştir. Gerçekten de Morgenstern’in bu görüşü modern zamanlarda haklı çıkmış ve felsefenin bir alt dalı olan epistemolojiden yararlanılarak klasik oyun kuramındaki eksikliklerin üzerine gidilmeye başlanmıştır.

3.2. Epistemik Oyun Kuramı

Oyun kuramının modern alt dalı olan epistemik (epistemolojik) oyun kuramı, oyuncuların birbirleri hakkında yürüttüğü mantığın ve birbirlerinin mantığı hakkında yürüttükleri mantığın oyunları nasıl etkilediğini incelemektedir (Brandenburger, 2014). Yaşamda farklı insanların farklı şekilde mantık yürüttükleri bilinmektedir. Bu nedenle, oyun kuramında en doğru yöntem veya en doğru mantık yürütme yolu gibi ifadelerin kullanılması doğru olmaz. Ancak oyun kuramında kullanılan klasik yöntemlerde bunun yapıldığı söylenebilir çünkü minimax yöntemi, Nash dengesi ya da kesin domine edilen stratejilerin yinelemeli eliminasyonu gibi klasik oyun kuramsal yöntemlerde sadece oyuncuların seçimleriyle ilgilenilir. Bu seçimlere sebep olan mantık kara kutu olarak kalır. Epistemik oyun kuramı bu kara kutuyu, oyuncuların seçim yapmadan önce yürüttüğü mantığı detaylı olarak tanımlayarak ve soruşturarak açmaktadır (Perea, 2021).

Epistemoloji felsefenin temel dallarından bir tanesidir. Bilginin bilimi olarak tanımlanır. Bildiğimiz şeyleri nasıl biliyoruz, bilgi nedir, inanç nedir, rasyonellik nedir ve benzeri sorular epistemoloji disiplini içinde incelenir. Epistemoloji, bilim dallarının doğru şekilde ilerleme kaydedebilmesi için de kullanılır. Oyun kuramına epistemolojik yaklaşım uygulanması ile bu alanın temelleri sorgulanmıştır. “İnanç”, “bilgi”, “ortak inanç”, “ortak bilgi”, “rakibin mantığı hakkında mantık yürütme” gibi kavramların oyun kuramında daha çok yer alması gerektiği vurgulanmıştır.

Oyun kuramında, rakibin seçimlerinden ve dolayısıyla akıl yürütme şeklinden etkilenildiği için, “en doğru seçim yöntemi” olduğu söylenemez. Epistemik oyun kuramı ise, daha da öte akıl yürütme yöntemlerinin spektrumunu sunmaktadır.

Tablo 1. Koordinasyon oyunu

Seçenekler	Sol	Orta	Sağ
ÜST	90;90	0;0	0;40
ALT	0;0	180;180	0;40

Örneğin Tablo 1.’de fayda matrisi verilen ve literatürde koordinasyon oyunu olarak bilinen oyunda Nash dengeleri hesaplandığında 2 adet saf strateji Nash dengesi bulunmaktadır. Bunlardan birincisi (ÜST, Sol) ve ikincisi (ALT, Orta)’dır. Bu oyun Perea ve Bach’ın (2014)’te epistemik oyun kuramsal yöntem olarak tanıttığı faydayla orantılı inançlar yöntemi (FOİ) ile çözüldüğünde (ALT, Orta) seçilmektedir. Goeree ve Holt bu oyun için (2001)’de gerçekleştirdiği deneyde, deneklerin %95’inin aynı şekilde seçim yaptığını rapor etmiştir. Öte yandan Nash dengesi pek de sezgisel olmayan bir şekilde bu oyunda seçim yaparken karma seçim yapılması gerektiğini söylemektedir.

3.3. Faydayla Orantılı İnançlar Yönteminin Altyapısı

Çalışmada kullanılan epistemik oyun kuramsal yöntem, Perea ve Bach’ın (2014) makalesinde tanıttığı faydayla orantılı inançlar (utility proportional beliefs) yöntemidir. Bu yöntemin temelinde iki farklı temel düşünce yer almaktadır:

(1) Oyuncular yüksek faydalarının olduğu seçenekleri yüksek olasılıklarla seçer ve benzer şekilde düşük faydalarının olduğu seçenekleri düşük olasılıklarla seçer,

(2) Birbirlerinin de bu şekilde seçim yaptıklarına dair inançları (ortak inanç⁴) bulunmaktadır. Bu düşüncelere karşılık gelen formül aşağıda verilmiştir.

$$(b_i(t_i))(c_j|t_j) - (b_i(t_i))(c'_j|t_j) = \lambda_j \frac{(u_j(c_j, t_j) - u_j(c'_j, t_j))}{\bar{u}_j - \underline{u}_j} \quad (2)$$

Eşitlik (2)'deki değişkenler aşağıda tanımlanmıştır. Yöntemin geliştirilmesinde tür-tabanlı yaklaşım (type-based approach) kullanılmıştır. Bu yaklaşım ilk defa Harsanyi'nin (1967-68)'deki makalelerinde tanıtılmıştır. Güleç (2019) çalışmasında ayrıntılı Türkçe açıklaması yer almaktadır. Kısaca tür (type) kavramı, oyuncuların farklı akıl yürütme yollarını, farklı zihin durumlarını temsil eden bir değişken olarak düşünülebilir. Örneğin; FOİ yöntemini uygulayan oyuncular; rakiplerinin faydayla orantılı inanca ortak inanç altında seçim yapmalarını en iyi temsil eden inançlarına bir "tür" atamaktadır. Bu türler, rakiplerinin seçeneklerini seçme olasılıklarının bilgilerini içermektedir.

$(b_i(t_i))(c_j|t_j)$: j oyuncusunun t_j türünün inancı ile c_j seçeneğini seçmesine, i oyuncusunun t_i türünün inancında verilen olasılık

$(b_i(t_i))(c'_j|t_j)$: j oyuncusunun t_j türünün inancı ile c'_j seçeneğini seçmesine, i oyuncusunun t_i türünün inancında verilen olasılık

λ_j : Orantısallık faktörü

$\bar{u}_j$: j oyuncusunun oyunda elde edebileceği en yüksek fayda

$\underline{u}_j$: j oyuncusunun oyunda elde edebileceği en düşük fayda

$u_j(c_j, t_j)$: j oyuncusunun t_j türünün inancı ile c_j seçeneğini seçerek elde edeceği beklenen kazanç

$u_j(c'_j, t_j)$: j oyuncusunun t_j türünün inancı ile c'_j seçeneğini seçerek elde edeceği beklenen kazanç

Faydayla orantılı inanca sahip bir oyuncu, rakibinin yüksek faydaya sahip seçeneklerini seçmesine yüksek olasılık atar. Eşitlik (2)'deki eşitliğin solunda atanmaya çalışılan bu olasılıklar yer almaktadır. Bu olasılıklar, c_j ve c'_j seçeneklerinin beklenen faydaları olan $u_j(c_j, t_j)$ ve $u_j(c'_j, t_j)$ ile büyüklük ve küçüklük bakımından uyumlu atandığında eşitlik sağlanır. Örneğin $u_j(c_j, t_j) > u_j(c'_j, t_j)$ ise eşitliğin sağ pozitif olacaktır ve eşitliğin sağlanabilmesi için eşitliğin solunda (c_j) 'ye atanan olasılık (c'_j) 'ye atanan olasılıktan büyük olmalıdır. Ayrıca olasılıklar sadece 0 ile 1 arasında değer alabilir. Bu nedenle, $1/(\bar{u}_j - \underline{u}_j)$ çarpanı eklenerek eşitliğin sağ tarafı 0 ile 1 arasına çekilmiştir. Burada, j oyuncusunun mümkün en yüksek beklenen faydası, kazanabileceği mümkün düzeydeki en yüksek fayda olan $\bar{u}_j$ 'den büyük olamaz ve benzer şekilde mümkün en düşük beklenen faydası, kazanabileceği mümkün en düşük fayda olan $\underline{u}_j$ 'den düşük olamaz. Buradan,

$$\frac{(u_j(c_j, t_j) - u_j(c'_j, t_j))}{\bar{u}_j - \underline{u}_j}$$

kısmı her zaman 0 ile 1 arasında olacaktır.

Eşitlik (2)'nin sağ tarafında yer alan λ çarpanı ise, orantısallık faktörüdür. λ çarpanı, ne kadar büyük olursa olasılıklar da o kadar beklenen faydalarla orantısallık olur. Örneğin $u_j(c_j, t_j) > u_j(c'_j, t_j)$ olduğunda olasılıkların orantısallık olabilmesi için $(b_i(t_i))(c_j|t_j) > (b_i(t_i))(c'_j|t_j)$ olması gerekir. Ancak $(b_i(t_i))(c_j|t_j)$ olasılığı, $(b_i(t_i))(c'_j|t_j)$ olasılığından ne kadar büyük olmalıdır? [1, 0] da orantısaldır, [0.75, 0.25] de orantısaldır ve benzer şekilde olasılıklar sonsuz şekilde orantısallık atanabilir. Çözüm; mümkün en yüksek λ çarpanını ekleyerek olasılıklar arasındaki farkları da mümkün en yüksek yapmak ve böylece orantısallığın en iyi şekilde temsil edilmesini sağlayan $\lambda^{\max}$ 'ı bulmaktır. $\lambda < 0$ olduğunda ise ters orantı oluşacağı için her zaman $\lambda \geq 0$ olmalıdır. Ayrıca olasılıklar 0 ile 1 arasında değer alabildiği için λ 'nın bir üst sınırı vardır ve $\lambda^{\max}$ ile ifade edilir.

Eğer bir oyuncu rakibinin faydasıyla orantılı seçim yapacağına dair inanç oluşturmak istiyorsa bu inancını temsil eden rakibinin seçeneklerini seçme olasılıklarını Eşitlik (2)'den yararlanarak hesaplayabilir.

Faydayla orantılı inançlar yönteminin daha ayrıntılı incelemesi, tür-tabanlı yaklaşım (type-based approach) açıklaması ve bu yöntemi uygulayan C# algoritması (Güleç, 2019) çalışmasında yer almaktadır.

⁴ "İnanç" kavramı, "doğru olduğunu düşünmek" demektir. "Ortak inanç" ise insanların, bir konuya inanması, diğer insanların inandığına inanması, diğer insanların da diğer insanların inandığına inandığına inanması... ve benzeri şekilde ilerleyen bir sonsuz inanç hiyerarşisi durumudur. Epistemik oyun kuramında sıkça kullanılan bir kavramdır.

Aşağıda FOİ yönteminin klasik oyun kuramsal yöntemlerden farkının görülebileceği bir örnek verilmiştir.

Kreps Oyunu

Tablo 2. Kreps oyunu

	sol	orta	Non-Nash	sağ
ÜST	20; 5	0; 4	1; 3	2; -10 ⁴
ALT	2; -10 ⁴	2; -10 ³	3; 3	5; 10

Kreps oyununda (Kreps, 1995); (ÜST, sol) ve (ALT, sağ)'da karma ve saf strateji olmak üzere 3 farklı Nash dengesi bulunmaktadır. Hiçbirisinde sütun oyuncusunun “Non-Nash” isimli seçeneği bulunmamaktadır. Halbuki “Non-Nash” seçeneği sütun oyuncusu için akla uygun görülmektedir. Çünkü diğer seçeneklerde elde edilebilecek faydalar düşük bir miktar daha iyi iken rakibin farklı seçim yapması durumunda kayıplar çok yüksek olmaktadır. Nash dengesi ise bu risklere kayıtsız kalarak rakibin %100 olasılıkla Nash dengesi seçimi yapacağı düşüncesine dayalıdır. Öte yandan FOİ yöntemi bu risklere karşı hassasiyete sahiptir ve bu oyun analiz edildiğinde (ÜST, Non-Nash) seçilmesi gerektiği bulunmuştur.

4. İhale Oyununda Faydayla Orantılı İnançlar Yönteminin Uygulanması

Bu çalışmada yer alan ihale oyunu, Vickrey'nin (1961) makalesinde Eşitlik (1)'de yer alan yapıyı göre oluşturulan teorik ihale oyunudur ve aşağıdaki özelliklere sahiptir;

- İsteklilerin değerleri (v), (0, 1) arasındaki tutarlar içerisinde eşit olasılıklarla (tekdüze dağılım) rasgele ve birbirinden bağımsız olarak gelmektedir (iid).
- İstekliler rakiplerinin değerini bilmez ancak rakiplerinin değerinin geldiği dağılımı (tekdüze) ve alt-üst sınırlarını [(0, 1)] bilmektedir.
- Her istekli risk-yansızdır. Başka bir deyişle beklenen kazançlarını maksimize edecek seçimleri yaparlar. Ne risk alan ne de riskten kaçınan olduğu söylenebilir.

Faydayla orantılı inançlar (FOİ) yöntemi uygulamada henüz sadece iki-kişilik oyunlarda kullanılmaktadır. Bu sebepten dolayı $N=2$ istekli bulunan ihale oyunları tarafımızca incelenmektedir. Söz konusu ihale oyununun standart-formda gösterilişi Tablo 4.1' de verilmiştir. Bu ihale oyununda isteklilerin seçenekleri, teklifleridir (c_i ile c_j). İsteklilerin değerlerini (0, 1) arasından rasgele çekmesi sebebiyle, teklifleri en az⁵ 0,01, en çok 0,99 olabilmektedir.

Tablo 3. İki istekli bulunan (i ve j), Vickrey'nin ihale oyununun standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	...	0,99
0,01	$[(v_i-0,01)/2; (v_j-0,01)/2]$	$[0; (v_j-0,02)]$	...	$[0; (v_j-0,99)]$
0,02	$[(v_i-0,02); 0]$	$[(v_i-0,02)/2; (v_j-0,02)/2]$	...	$[0; (v_j-0,99)]$
⋮	...	...	⋮	...
0,99	$[(v_i-0,99); 0]$	$[(v_i-0,99); 0]$	...	$[(v_i-0,99)/2; (v_j-0,99)/2]$

⁵ İsteklilerin $v=0$ değere sahip olması seçenek dışı bırakılmıştır. Ayrıca benzer şekilde $v=0,01$ değerine sahip olması da seçenek dışı bırakılmıştır. Çünkü $v=0,01$ değere sahip olan bir istekli, kâr yapabilmek için, teklifinin değerinden küçük olmasının gerekmesi sebebiyle, en fazla $c=0$ teklif verebilir ve bu durum ihaleye katılmanın mantığına uygun değildir. Benzer şekilde en yüksek sahip olunabilecek değerin $v=1$ olması sebebiyle en yüksek verilebilecek teklif de $c=0,99$ 'dur. Bu sebepten dolayı tablo 4.1.'de en yüksek seçenek (teklif) $c=0,99$ olarak verilmiştir.

Görüldüğü gibi Tablo 3.'deki oyunda, oyuncuların faydaları (kârları), değerlerine göre değişmektedir. Örneğin i oyuncusu $c_i=0,02$ ve j oyuncusu $c_j=0,01$ teklif ettiğinde; j oyuncusu daha düşük teklif verdiği için ihaleyi kaybedecek, faydası (kârı) 0 olacak ve i oyuncusu ise $(v_i-0,02)$ yani değerinden teklifi çıkartılarak bulunan değer kadar kazanca sahip olacaktır. Oyuncuların aynı teklifi vermesi durumunda, ihalelerde aynı teklifi veren istekliler arasında rasgele seçim yapıldığı için, beklenen kazançları yazılmıştır (köşegenlerde görülebileceği üzere değerlerinden teklifleri çıkartılmış ve rasgele seçilme olasılıkları olan $\frac{1}{2}$ ile çarpılarak beklenen kazançları hesaplanmıştır).

Tablo 3.'de standart-form'da verilen Vickrey'nin ihale oyununda faydalar (kârlar), oyuncuların değerlerine göre değişmektedir. Ancak oyuncular birbirlerinin değerlerini bilmemektedir. Bu sebepten dolayı ihaleler eksik-bilgili oyunlardır⁶. Çalışmamızda ihale oyununu analiz etmek için kullanmaya çalıştığımız FOİ yöntemi ise tam-bilgili⁷ oyunlarda uygulanmaktadır. Bu sebepten dolayı FOİ yöntemi ile analiz yapabilmek için ihale oyununa farklı bir yaklaşım uygulanması gerekmektedir.

4.1. İhale Oyununda Mümkün Tüm Değer Atamaları

Tablo 4.1.'de verilen ihale oyununda FOİ yönteminin, isteklilerin birbirlerinin değerlerini bilmemesi sebebiyle faydalarını da bilemeyecekleri için, direkt olarak uygulanamayacağı önceki bölümde belirtilmiştir. Bu sebepten dolayı farklı bir yaklaşım tarafımızca kullanılmıştır; iki isteklinin de sahip olabileceği mümkün tüm değerler atanarak birbirleri ile olan bütün değer kombinasyonları ortaya koyulacaktır. Her bir kombinasyon için ihale oyunu FOİ yöntemi ile çözülecektir. Amacımız bir patern aramak yani bütün kombinasyonları ortaya koymadan bir sonuca ulaşılabilmesini göstermektir.

İstekliler değerlerini (0, 1) arasında tek düze dağılımdan rasgele ve birbirinden bağımsız olarak seçmektedir. Uygulamada isteklilerin $v=0$ ve $v=0,01$ değerlerine sahip olması ihtimallerinin elenmesi gerektiği bir önceki bölümde anlatılmıştır. O halde uygulamada, isteklilerin $v = [0,02; 0,03; \dots; 0,99; 1]$ olmak üzere 99 farklı şekilde değere sahip olabileceği ve iki kişilik bir oyun olması sebebiyle $99 \times 99 = 9801$ farklı şekilde oyuncuların değerlerinin atanmış olabileceği⁸ söylenebilir. 9801 farklı ihale oyunu standart-formda gösterilebilir ve FOİ yöntemi ile analiz edilebilir. Aşağıda bunlardan birkaçı gösterilmiştir. FOİ yönteminin işlem yükü ağır olması sebebiyle bilgisayar programı kullanılması zorunluluğu bulunmaktadır. Söz konusu C# programı algoritması (Güleç, 2019) yüksek lisans tezi ekinde yer almaktadır.

Tablo 5. İhale oyununun $v_i=0,05$ ve $v_j=0,03$ için standart-formda gösterilişi

$c_j \backslash c_i$	0,01	0,02	<u>$v_i=0,05$ ve $v_j=0,03$ için ihale oyunu</u> Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^3, c_j^2)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,02; 0]$
0,01	(0,02; 0,01)	(0; 0,01)	
0,02	(0,03; 0)	(0,015; 0,005)	
0,03	(0,02; 0)	(0,02; 0)	
0,04	(0,01; 0)	(0,01; 0)	

⁶ Eksik-bilgili oyunlarda; oyuncular, oyundaki seçenekler ve kazançların en az birisi hakkında eksik bilgiye sahiptir.

⁷ Tam-bilgili oyunlarda; oyuncular, oyundaki seçenekler ve kazançları tam olarak bilmektedir.

⁸ $[v_i=0,02; v_j=0,02], [v_i=0,02; v_j=0,03], \dots, [v_i=0,03; v_j=0,02], [v_i=0,03; v_j=0,03], \dots [v_i=0,99; v_j=0,02], [v_i=0,99; v_j=0,03], \dots, [v_i=1; v_j=0,02], [v_i=1; v_j=1]$

Tablo 6. İhale oyununun $v_i=0,05$ ve $v_j= 0,04$ için standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	0,03	$v_i=0,05$ ve $v_j=0,04$ için ihale oyunu Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^3, c_j^3)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,01; 0,005]$
0,01	(0,02; 0,015)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,02	(0,03; 0)	(0,015; 0,01)	(0; 0,01)	
0,03	(0,02; 0)	(0,02; 0)	(0,01; 0,005)	
0,04	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,01; 0)	

Tablo 7. İhale oyununun $v_i=0,05$ ve $v_j= 0,05$ için standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	0,03	0,04	$v_i=0,05$ ve $v_j=0,05$ için ihale oyunu Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^4, c_j^4)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,005; 0,005]$
0,01	(0,02; 0,02)	(0; 0,03)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,02	(0,03; 0)	(0,015; 0,015)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,03	(0,02; 0)	(0,02; 0)	(0,01; 0,01)	(0; 0,01)	
0,04	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,005; 0,005)	

Tablo 8. İhale oyununun $v_i=0,06$ ve $v_j= 0,03$ için standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	$v_i=0,06$ ve $v_j=0,03$ için ihale oyunu Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^3, c_j^2)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,03; 0]$
0,01	(0,025; 0,01)	(0; 0,01)	
0,02	(0,04; 0)	(0,02; 0,005)	
0,03	(0,03; 0)	(0,03; 0)	
0,04	(0,02; 0)	(0,02; 0)	
0,05	(0,01; 0)	(0,01; 0)	

Tablo 9. İhale oyununun $v_i=0,06$ ve $v_j= 0,04$ için standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	0,03	$v_i=0,06$ ve $v_j=0,04$ için ihale oyunu Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^4, c_j^3)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,02; 0]$
0,01	(0,025; 0,015)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,02	(0,04; 0)	(0,02; 0,01)	(0; 0,01)	
0,03	(0,03; 0)	(0,03; 0)	(0,015; 0,005)	
0,04	(0,02; 0)	(0,02; 0)	(0,02; 0)	
0,05	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,01; 0)	

Tablo 10. İhale oyununun $v_i=0,06$ ve $v_j= 0,05$ için standart-formda gösterilişi

$c_i \backslash c_j$	0,01	0,02	0,03	0,04	$v_i=0,06$ ve $v_j=0,05$ <u>için ihale oyunu</u> Faydayla Orantılı İnançlar Yöntemi $(c_i, c_j) = (c_i^4, c_j^3)$ $[u_i(c_i); u_j(c_j)] = [0,01; 0,005]$
0,01	(0,025; 0,02)	(0; 0,03)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,02	(0,04; 0)	(0,02; 0,015)	(0; 0,02)	(0; 0,01)	
0,03	(0,03; 0)	(0,03; 0)	(0,015; 0,01)	(0; 0,01)	
0,04	(0,02; 0)	(0,02; 0)	(0,02; 0)	(0,01; 0,005)	
0,05	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,01; 0)	(0,01; 0)	

Benzer şekilde devam edilerek tüm değer atamaları kombinasyonlarını ortaya koyup her biri için ihale oyununu standart-formda incelendiğinde ve her oyun FOİ yöntemi ile analiz edildiğinde;

Küçük veya eşit değere sahip isteklinin verebileceği en yüksek teklifi vermesi, büyük değere sahip isteklinin ise rakibinin teklifinin biraz üzerinde teklifi vermesi gerektiği

sonucu bulunmuştur.

Gerçek hayatta da istekliler ihalelerde, FOİ yöntemi ile bulduğumuz sonuçla uyumlu olarak, rakibin teklifinin biraz üzerinde teklif verip ihaleyi kazanmaya çalışmaktadır. FOİ yöntemi gerçek hayat ihalelerindeki isteklilerin bu amacını matematiksel olarak ifade etmektedir.

Vickrey'nin Nash dengesi ise tanımlanan ihale oyununda isteklilerin, değerlerinin yarısı kadar teklif vermesi gerektiğini söylemektedir.

Şimdiye kadar yapılan çıkarımlarda; ihale oyununda FOİ yöntemi ile seçim yapacak bir isteklinin değeri, rakibinden küçük veya eşitse mümkün en yüksek teklifi vermesi gerekmekte ve değeri rakibinden büyükse rakibinin teklifinin biraz üzerinde teklif vermesi gerektiği ortaya konulmuştur. Ancak rakibin değeri istekli tarafından bilinmediği için büyük ya da küçük olduğunu da bilemez. Bu durumda istekli, FOİ yöntemine göre vereceği teklifi nasıl belirleyecektir? Bu problemin çözümü için tarafımızca bir yaklaşım uygulanmıştır.

4.2. FOİ Yöntemi ile İhale Oyununda Strateji Belirleme

İhale oyununda her ne kadar rakibin değeri bilinmese de rakibin değerinin geldiği dağılım ile bu dağılımın alt ve üst sınırları bilinmektedir. Başka bir deyişle istekli, rakibinin değerinin (0, 1) arasında tekdüze dağılımdan geldiğini bilmektedir. Bu bilgiler ışığında rakibin değeri aşağıdaki verilen şekilde tahmin edilebilir.

$$v_j \sim \text{Tekdüze } (0, 1)$$

$$E(v_j) = (1-0)/2 = 0,5$$

Ortalama tahmin edicisi $E(x)$ kullanılarak rakibin değeri $v_j = 0,5$ olarak tahmin edilmiştir. Bu bilgi kullanılarak FOİ yöntemine uygun bir şekilde aşağıdaki eşitlik ile seçim (teklif) yapılabilir;

$$c_i = \begin{cases} 0,5 & v_i > v_j = 0,5 \\ v_i - \varepsilon & v_i \leq v_j = 0,5 \end{cases} \quad (3)$$

Sözel olarak ifade edecek olursak, FOİ yöntemi ile seçim yapmak için isteklinin değeri v_i , 0,5'den büyükse $c_i=0,5$ teklif etmelidir. İsteklinin değeri v_i , 0,5'den küçük veya eşit ise değerinin ε kadar⁹ altında teklif vermelidir, başka bir deyişle mümkün en yüksek teklifini vermelidir. Bu şekilde Vickrey'nin ihale oyununda, FOİ yöntemi ile Eşitlik (3) yardımıyla, verilecek teklif kararı hesaplanabilir.

5. Vickrey'nin Nash Dengesi ile FOİ Yönteminin Karşılaştırmalı Analizi

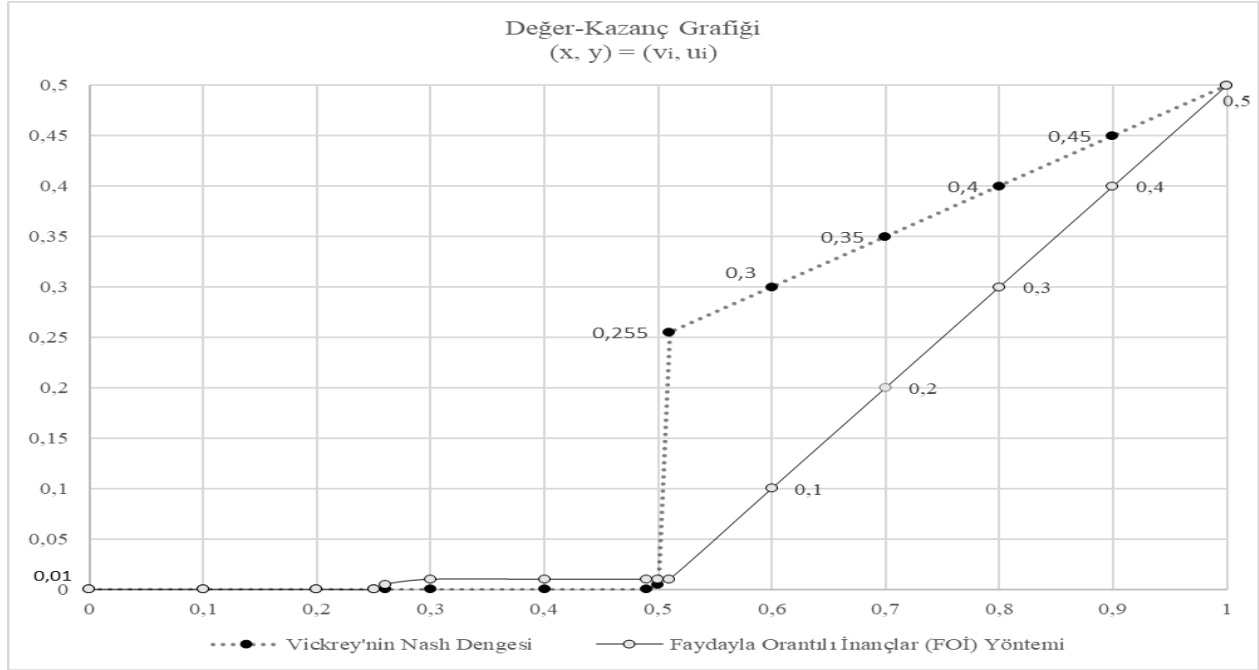
İki-istekli bulunan Vickrey'nin ihale oyununda rakibin değerini bir önceki bölümde $v_j = 0,5$ olarak tahmin ettik. Bu durumda;

⁹ ε , mümkün en küçük farkı temsil etmektedir. İhale oyununda $\varepsilon = 0,01$ yani 1 kuruştur.

- Rakibin Vickrey'nin Nash dengesine göre seçim yapacağı inancı altında vereceği teklif eş. (1) ile $c_j=0,25$ olarak hesaplanır,
- Rakibin FOİ yöntemi ile seçim yapacağı inancı altında ise vereceği teklif eş. (3) yardımı ile $c_j=0,49$ olarak hesaplanır.

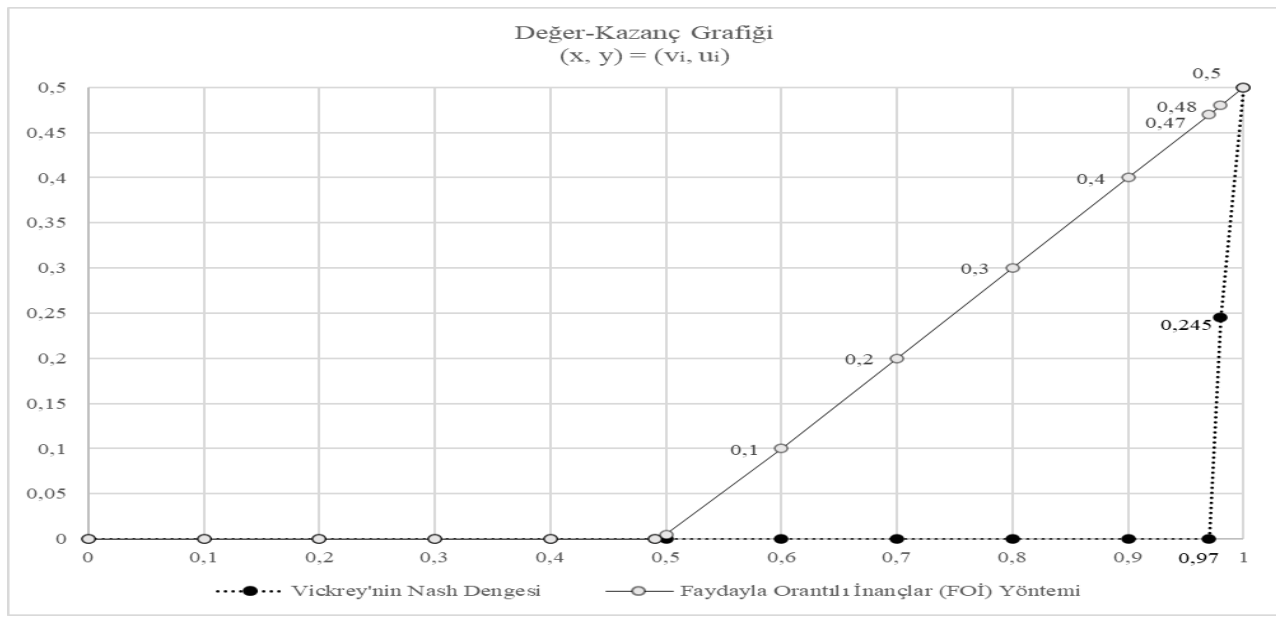
İsteklinin, rakibin vereceği teklif için oluşturabileceği bu iki farklı inanç durumunda, (0, 1) arasında sahip olabileceği mümkün tüm değerleri (v_i) için kazançlarının (u_i) grafikleri aşağıda verilmiştir.

Rakibin Vickrey'nin Nash Dengesine Göre Seçim Yapacağı İnancı ($c_j=0,25$)



Şekil 1. Rakibin Vickrey'nin Nash dengesine göre seçim yapacağı inancı altında isteklinin; (1) Vickrey'nin Nash dengesi modeline göre ve (2) FOİ yöntemine göre seçim yaptığı durumlardaki kazançlarını gösteren değer-kazanç grafiği

Rakibin FOİ Yöntemine Göre Seçim Yapacağı İnancı ($c_j=0.49$)



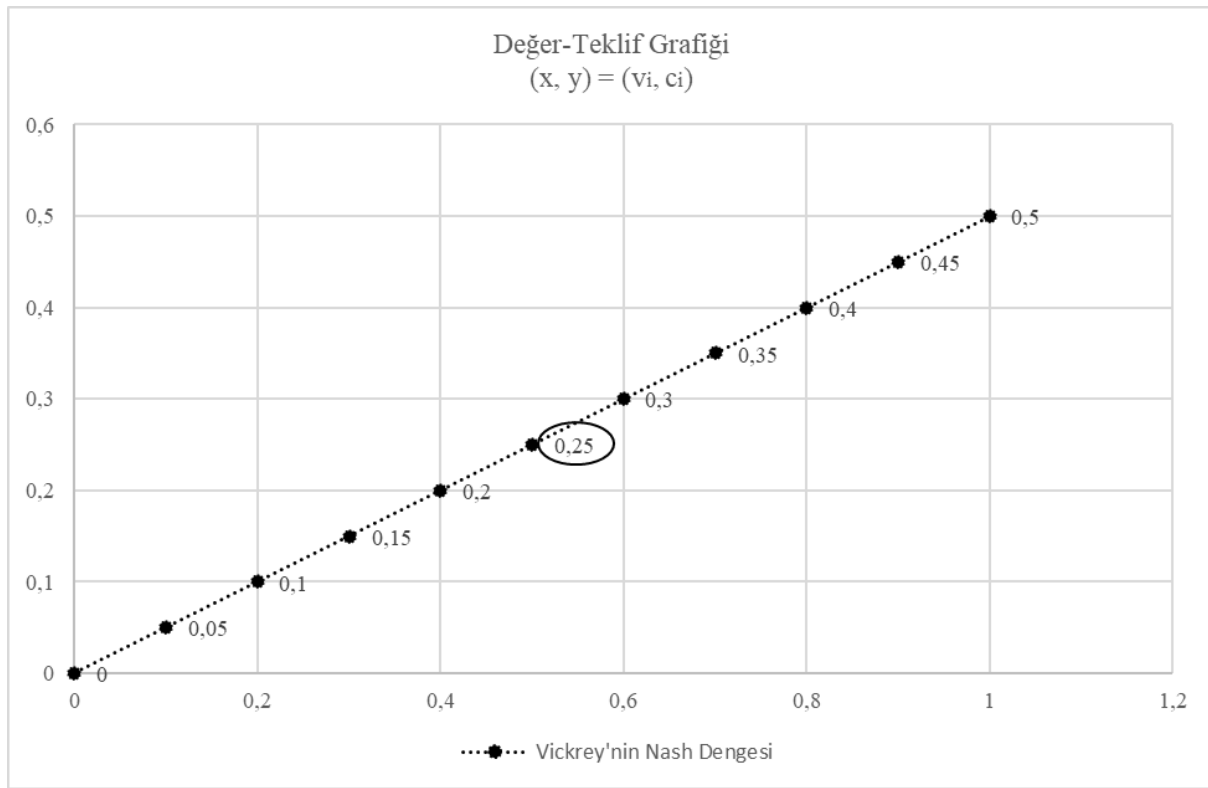
Şekil 2. Rakibin FOİ yöntemine göre seçim yapacağı inancı altında isteklinin; (1) Vickrey'nin Nash dengesi modeline göre ve (2) FOİ yöntemine göre seçim yaptığı durumlardaki kazançlarını gösteren değer-kazanç grafiği

İki-kişilik birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesinde, isteklilerin değerlerinin $(0, 1)$ arasında tekdüze dağılımdan, rasgele ve birbirinden bağımsız bir şekilde geldiği varsayımı altında, birbirlerinin değerini bilmeden, rakibin değerinin $v_j=0,50$ olduğunu tahmin ederek, rakibin Vickrey'nin Nash dengesi stratejisi ile teklif verdiği ($c_j=0,25$) inancı altında (şekil 1.) ve rakibin FOİ yöntemi ile teklif verdiği ($c_j=0,49$) inancı altında (şekil 5.2.), isteklinin $(0, 1)$ arasında değişen değerlerine göre hem Vickrey'nin Nash dengesine göre hem de FOİ yöntemine göre seçim yaptığı durumlarda elde edeceği kazançlar (u_i) grafikleri yukarıda verilmiştir.

Oyunlarda oyuncuların rakip seçimlerine ve dolayısıyla rakip mantığına bağlı olduğu konusuna önceki bölümlerde değinilmiştir. İhale oyunu örneğinde de bu özellik görülebilmektedir. Öyle ki rakip Vickrey'nin Nash dengesine göre seçim yapıyorsa şekil 5.1.'de de görülebileceği üzere istekli de aynı yöntemle göre seçim yapmalıdır. Benzer şekilde rakip FOİ yöntemine göre seçim yapıyorsa şekil 2.'de de görülebileceği üzere istekli de FOİ yöntemine göre seçim yapmalıdır.

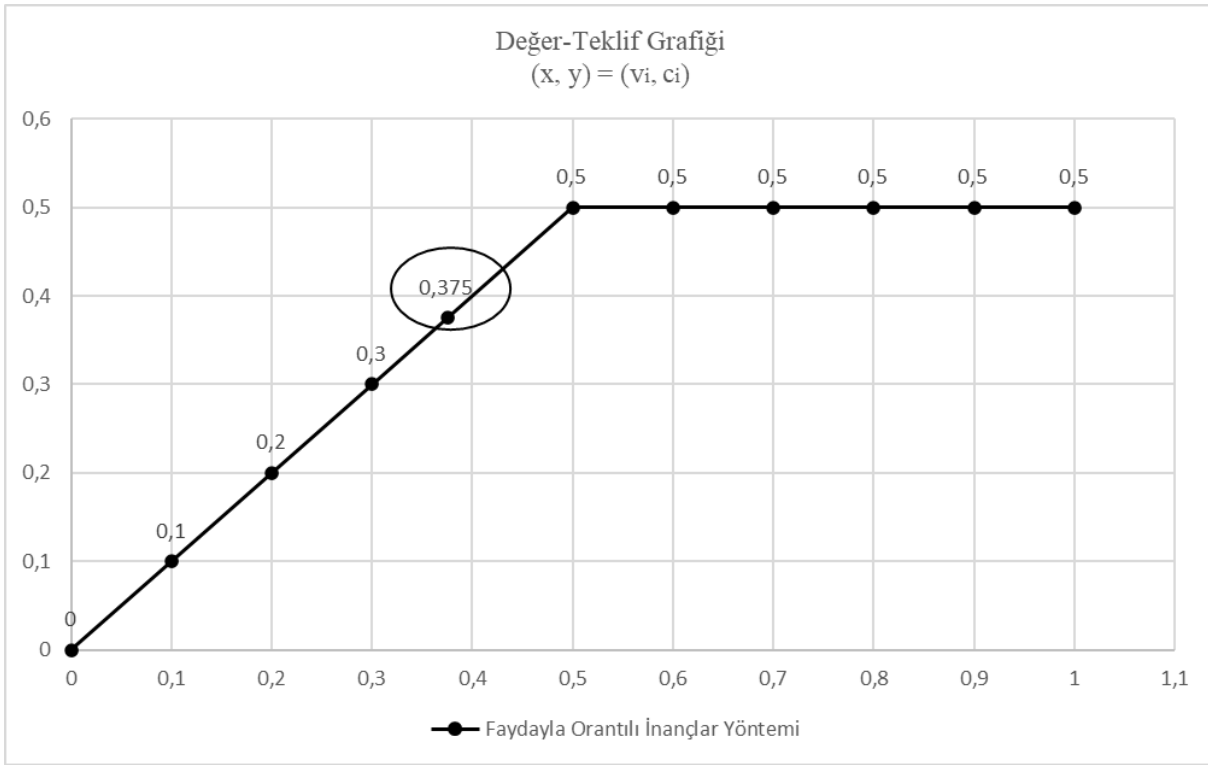
5.1. İsteklilerin Farklı Stratejilerine Göre Ortalama Tekliflerinin Hesaplanması

İstekliler, Vickrey'nin Nash dengesi stratejisini uyguladığında, $(0, 1)$ arasında değişen tüm değerleri göz önüne alındığında, değerlerinin yarısı kadar teklif vermeleri sebebiyle ortalama $c^{\text{ortalama}} = 0,25$ teklif verileceği şekil 3.'de görülebilir.



Şekil 3 Vickrey'nin Nash dengesi stratejisini uygulayan isteklinin değer-teklif grafiği

İstekliler, FOİ yöntemini uyguladığında ise, $(0, 1)$ arasında değişen tüm değerleri göz önüne alındığında, eş. (3)'teki formülü uygulayarak teklif verileceği için ortalama $c^{\text{ortalama}} = (1/2) 0,25 + (1/2) 0,5 = 0,375$ teklif verecekleri hesaplanmıştır (şekil 3).



Şekil 4. FOİ yöntemini uygulayan isteklinin değer-teklif grafiği

Şekil 5.1.1.'de Vickrey'nin Nash dengesine göre seçim yapan isteklilerin ortalama tekliflerinin 0,25 olarak hesaplandığı görselleştirilmiştir. Şekil 5.1.2.'de ise FOİ yöntemine göre seçim yapan isteklilerin ortalama tekliflerinin 0,375 olarak hesaplandığı görselleştirilmiştir. Peki gerçek hayat isteklilerinin teklif verme davranışı ile hangi yöntem daha uyumludur?

Filiz-Özbay ve Özbay'ın (2007)'de sundukları çalışmanın ekinde, $v_i \sim \text{Tekdüze}(0,100)$ ayarlaması ile 96 kişiden 10'ar teklif alınarak gerçekleştirilen birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi deneyi sonuçları paylaşılmıştır. Vickrey'nin Nash dengesine göre bu deneydeki ihale oyununda tekliflerin ortalamasının 25 olması gerekmektedir. Bizim makalemizde tanıttığımız FOİ yöntemine göre tekliflerin ortalamasının 37,5 olması gerekmektedir. Gerçekleşen deney sonucunda ise tekliflerin ortalaması 39,2'dir.

6. Sonuç

Literatürdeki birinci-fiyat kapalı-zarf ihalesi deneylerinde, deneklerin Vickrey'nin Nash dengesinden yüksek seçim yaptığının (overbidding) rapor edildiğine sıkça rastlanmaktadır (Coppinger v.d., 1980; Cox v.d., 1982, 1988; Kagel v.d., 1986; Kagel ve Levin, 1993; Harrison 1989; Filiz-Özbay ve Özbay, 2007; Kagel ve Roth, 2015). Araştırmacılar bu çelişkiyi riskten kaçınma (risk aversion) veya pişmanlık öngörüsü (anticipated regret) gibi yaklaşımlarla açıklamaya çalışmıştır. Ancak bu yaklaşımlarda, referans noktaları olan Vickrey'nin Nash dengesinin sorgulanması değil, deneklerin mantıklarının rasyonel olmayan bir şekilde işlediğinin gösterilme çabası bulunmaktadır.

Bu makalenin amacı, deneklerin denge üstü teklif vermesi anomalisini açıklamak için teklif verme davranışlarının Vickrey'nin Nash dengesi ile değil faydayla orantılı inançlar (FOİ) yöntemi ile daha iyi temsil edildiğinin gösterilmesidir. İhale oyununda Vickrey'nin Nash dengesi ile ortalama 0,25 teklif verileceği ve FOİ yöntemi ile ortalama 0,375 teklif verileceği bir önceki bölümde hesaplanmıştır. Analiz sonuçları, gerçek hayatta birey ya da kurumların Vickrey'nin Nash dengesindeki, rakiplerin %100 rasyonel seçim yapacağı inancını içeren mantığa değil de, FOİ yönteminin içerdiği tedbirli mantığa (cautious reasoning) daha çok sahip olduklarını düşüncemizi sağlamaktadır.

İhale oyunu gibi statik oyunların analizinde kullanılan Perea ve Bach tarafından (2014)'de tanıtılan faydayla orantılı inançlar yöntemi henüz sadece iki kişilik oyunlar için kullanılabilmektedir. Bu sebepten dolayı çalışmamızda ihale oyunu da iki istekli bulunan ihalelere indirgenmiştir. Gelecekte bu yöntemin ikiden fazla oyuncunun bulunduğu oyunlar için kullanılabilmesi ve ihale oyununun bu şekilde ele alınması ileriki çalışmalara konu olabilir.

Kaynaklar

- Altay, B. (2018). *In the Ottoman Empire: The Case of İltizam and Malikane Contracts With Game Theoretic Assessment*. (Doktora Tezi). Ankara Yıldırım Beyazıt Üniversitesi, Ankara.
- Amihud, Y. (1976). *Bidding and Auctioning for Procurement and Allocation: Proceedings of a Conference at the Center for Applied Economics*, New York.
- Aumann, R. (1987). Game Theory. In J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (Eds.), *The New Palgrave: A Dictionary of Economics* (pp. 22-237). Macmillan, London.
- Binmore, K., Klemperer, P. (2002). The Biggest Auction Ever: The Sale of the British 3G Telecom Licenses. *The Economic Journal*, 112(478), 74-96.
- Brandenburger, A. (2010). Origins of Epistemic Game Theory. In V. F. Hendricks and O. Roy (Eds.), *Epistemic Logic: Five Questions* (pp. 59-69). Automatic Press.
- Brandenburger, A. (2014). *The Language of Game Theory: Putting Epistemics into the Mathematics of Games*, World Scientific Publishing Company.
- Cassady, R. (1967). *Auctions and Auctioneering*, Kaliforniya.
- Chamberlin, E. H. (1948). An Experimental Imperfect Market, *Journal of Political Economy*, 56(2), 95-108.
- Coppinger, V. M., Smith, V. L., Titus, J. A. (1980). Incentives and Behavior in English, Dutch and Sealed-Bid Auctions, *Economic Inquiry*, 18(1), 1-22.
- Cox, J. C., Smith, V. L., Roberson, B. (1982). Theory and Behavior of Single Object Auctions, *Research in Experimental Economics*, 2, 1-43.
- Cox, J. C., Smith, V. L., Walker, J. M. (1988). Theory and Individual Behavior of First-Price Auctions, *Journal of Risk and Uncertainty*, 1, 61-99.
- Cramton, P. (2002). Spectrum Auctions. Cave, M., Majumdar, S., Vogelsang (Eds.), *I. Handbook of Telecommunications Economics* (pp. 605-639), Amsterdam.
- Erkuş, S., Demirtaş, B. K. (2023). Deneysel İktisadın Tarihi, *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 12(3), 2142-2162.
- Filiz-Özbay, E., Özbay, E. Y. (2007). Auctions With Anticipated Regret: Theory and Experiment, *American Economic Review*, 97(4), 1407-1418.
- Fréchet, M. (1953). Commentary on the Three Notes of Émile Borel, *Econometrica*, 21(1), 118-124.
- Gibbon, E. (1776). *The History of The Decline and Fall of the Roman Empire*, Londra.
- Goeree, J., Holt, C. (2001). Ten Little Treasures of Game Theory and Ten Intuitive Contradictions, *The American Economic Review*, 91(5), 1402-1422.
- Gülez, İ. (2019). *Epistemik Oyun Kuramı: Faydayla Orantılı İnançlar*. (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Harrison, G. W. (1989). Theory and Misbehavior of First-Price Auctions, *The American Economic Review*, 79(4), 749-762.
- Harsanyi, J. C. (1967-68). Games With Incomplete Information Played by Bayesian Player, *Management Science*, 14, 159-182, 320-334, 486-502.
- Kagel, J., Levin, D., Harstad, R. (1986). Winner's Curse and Public Information in Common Value Auctions, *American Economic Review*, 76(5), 894-920.
- Kagel, J., Levin D. (1993). Independent Private Value Auctions Bidder Behaviour In First-, Second- And Third-Price Auctions With Varying Numbers Of Bidders, *The Economic Journal*, 103(419), 868-879.
- Kagel, J., Roth, A. E. (2015). *The Handbook of Experimental Economics Volume 2*, Princeton.
- Kamu İhale Kurumu Kurumsal Gelişim ve Araştırma Dairesi Başkanlığı, (2024). Kamu Alımları İzleme Raporu 2024, Ankara.
- Kreps, D. M. (1995). Nash Equilibrium, *The New Palgrave: Game Theory*, 176-177.

- Krishna, V. (2002). *Auction Theory*, Pensilvanya.
- Li, H., Riley, J. (2007). Auction Choice, *International Journal of Industrial Organization*, 25(2007), 1269-1298.
- Menezes, F. M., Monteiro, P. K. (2005). *An Introduction to Auction Theory*, Oxford.
- Milgrom, P. (2004). *Putting Auction Theory to Work*, Cambridge.
- Morgenstern, J. (1935). Vollkommene Voraussicht und wirtschaftliches Gleichgewicht, *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 6(3), 337-357.
- Nash, J. (1950). Equilibrium Points in N-Person Games, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 36(1), 48-49.
- Pacuit, E., Roy, O. (2015). Epistemic Foundations of Game Theory, In E. N. Zalta (Eds.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- Perea, A., Bach C. (2014). Utility Proportional Beliefs, *International Journal of Game Theory*, 43(4), 881-902.
- Perea, A. (2021). Epistemic Game Theory. In M. Knauff, W. Spohn (Eds.), *The Handbook of Rationality* (pp. 543-552). The MIT Press.
- Stark, R. M., Rothkopf, M. H. (1979). Competitive Bidding: A Comprehensive Bibliograph, *Operations Research*, 27(2), 364-390.
- The Royal Swedish Academy of Sciences (1996). *The Prize in Economic Sciences press release 1996*.
<https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1996/press-release/>
- Vickrey, W. (1961). Counterspeculation, auctions, and competitive sealed-tenders, *Journal of Finance*, 16(8)-37.
- von Neumann, J. (1928). Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. *Mathematische Annalen*, 100(1), 295-320.
- von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton.
- Wilson, R. (1992). Strategic Analysis of Auctions, *Game Theory With Economic Applications*, 1, 227-279.

Research Article**İhale Kuramının Epistemik Oyun Çerçevesinde İncelenmesi***Examining Auction Theory within the Framework of Epistemic Game*

İhsan GÜLEZ Doktora Öğrencisi, Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü ihsan.gulez@gmail.com https://orcid.org/0009-0004-0219-8214	Sibel ATAN Prof. Dr., Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi Ekonometri Bölümü sibel.atan@hbv.edu.tr https://orcid.org/0000-0002-4868-753X
--	---

Extended Summary

In decision sciences, researchers are interested in the problem of choosing from a set of alternatives. This problem can be seen with different aspects. The problem of choosing from different alternatives with respect to different criteria is studied in the field called “multicriteria decision making”. Similarly, determining different variables in accordance with different criteria in a way that will best achieve a goal problem is studied in “optimization”. If the decision problem has the aspect of “queue”, “queueing theory” is used. If a firm wants to decide about its inventory, like order period or order quantity, “inventory theory” can be very helpful. We can give more examples of decision problems. One of these decision problems differs from others because of certain aspects. The problem of “games” has been in our lives since the beginning of human history. But “game theory” has only been seen as a different field since early twentieth century. The notion of “game” studied in game theory is the situation of deciding while being affected by other people’s decisions. Games have different importance among other decision-making problems because in games, players are affected by other players’ minds, which is very hard to predict. The notion of games shouldn’t be mistaken by games that have no interaction with other players like roulette, jackpot or lottery. To emphasize this, Robert J. Aumann pointed out in his (1987) book that the studies conducted in the field of “game theory” should be called “interactive decision-making theory”

The seminal paper of game theory has been published by John von Neumann in (1928) which he proved minimax theorem. After that, von Neumann’s student John Nash introduced “equilibrium” notion in games in (1950) which was the cornerstone of the game theory field, and this notion has occupied the field for a long time. Even though these notions are popular, they fail to account for reasoning about opponents’ logic. Whereas the most important aspect of games is being affected by opponents’ reasoning. In time game theorists have pointed out about this subject more and more. They tried to fix it. They focused on the notions of “opponent’s logic”, “belief”, “common belief”, “rational choice” etc. Game theorists tried to develop different solution concepts with these notions. The approach they used can be called philosophical. While tackling this problem in their studies, they often used the term “epistemology” which is used for the scientific disciplines to progress the right way.

Epistemology is the subfield of philosophy. It is also known as the science of making science. Researchers’ studies questions like “how do we know what we know?”, “how do we decide what is knowledge?”, “what is the notion of belief?”. Increasing number of studies about the approach of using epistemology in the field of game theory led the birth of the modern subfield of game theory called “epistemic game theory”.

The solution concepts (minimax, Nash equilibrium, elimination of dominated choices etc.) used in classical game theory criticized repeatedly by epistemic game theorists. They created specially tailored games to show that classic solution concepts are not intuitive. The experimental studies they conducted showed us that real life players make decisions different from classic solution concepts. The solution concepts epistemic games

theorists introduced are more intuitive and closer to real life players. One of these solution concepts is introduced by Perea and Bach in (2014) called “Utility Proportional Beliefs” which is used in this paper. Even though the calculations are heavy, the idea of utility proportional beliefs concept is very simple: players choose the choices which has more utility with more probability and they believe that their opponents choose with this way, and they believe that their opponents believe that other players choose this way,... goes on like this to infinity which is called “infinite belief hierarchy” or “common belief”.

Today, game theory has evolved to a different position than when the first studies were made. But the “auction theory” which is created with classical game theoretic aspects, has not been questioned by the epistemological point of view like game theory. The cornerstone of game theory is Nash’s (1950) paper. The seminal paper of auction theory has been published after 11 years by William Vickrey in (1961). In this paper Vickrey shows how to calculate Nash equilibrium in auction games. His contributions with this paper, like revenue-equivalence theorem or isomorphism are still studied in the field of auction theory.

Auctions fit the description of “games”, studied in game theory. Auctions can be defined a mechanism for allocation of assets by putting the bidders in a competitive environment to elicit the sale value. The purpose of auctions is to find the market value and create benefit for auctioneers. Bidders’ bids are affected by other bidders. That’s why auctions are studied under the category of games. In day-to-day life assets often change hands by means of auctions. Governments get advice from auction theorists frequently. In the first years of the development of auction theory, it wasn’t implemented in real life auctions right away. In 1994 the USA conducted spectrum right auctions which was the first big auction that auction theory was used. After that, other countries around the world employed auction theorists to design their auctions. Türkiye didn’t take serious of this subject and conducted this spectrum right auctions with old ways. One of the firms (ARIA) took advantage of this incorrect auction design and benefited from it by being the only firm in that area. This false auction design is referred to as a “fiasco” in the academic literature (Binmore and Klemperer, 2002).

Auctions have an important place in the world. It is important for using public resources in the way that is most beneficial and for fair competition. Auctions are not only used for selling or buying goods and services. It is used in other different allocations. For example, the USA uses auction mechanisms to allocate asylum seekers to non-governmental organizations. They bid to take care of the asylum seekers’ basic needs like jobs, houses, education etc. for a certain price.

Even though auctions are used in so many different fields, auction theory has only begun to be used in practice over the past 30 years. Auction theory was developed by game theoretic aspects, but the new epistemological developments of game theory haven’t been used in auction theory yet. Our paper’s purpose is to use the solution concept of utility proportional beliefs, which is developed with epistemological approach, in the games of auctions.

In classical game theory, there are examples about conflicts of theory and real life. Epistemic game theoretical approach has ended some of these conflicts. Auction theory, which was developed based on classical game theoretic aspects, has similar conflicts but hasn’t been tackled yet.

In the literature, the experimental studies about first-price sealed-bid auctions, bidding above the Vickrey’s Nash equilibrium (overbidding) is reported frequently (Kagel and Roth, 2015). In this paper we showed a way of using the utility proportional beliefs method in auction games. In the end the average bid with this method is higher than the ones calculated with Vickrey’s Nash equilibrium. In this way, we presented a way of explaining this overbidding conflict by saying “bidders don’t bid in the Vickrey’s Nash equilibrium state of mind, they bid in accordance with utility proportional beliefs way of reasoning”.

“Auction theory” discipline is explained in detail in the second chapter: the definition, important contributors, history, relations with game theory, Vickrey’s Nash equilibrium, experimental auction theory and other basic topics are presented. In the third chapter, utility proportional beliefs method is presented with the basics of epistemic game theory. The use of utility proportional beliefs in auction games has been presented in the fourth chapter. The fifth chapter consists of the comparative analysis of Vickrey’s Nash equilibrium and utility proportional beliefs method.